

Concursul de matematică aplicată Adolf Haimovici
Profilul uman (filologie, științe sociale) etapa locală – 21 februarie 2016
Clasa a XII –a
Barem de corectură

Subiectul 1		
a.	$X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ <p>Calculează AX</p>	1p
	Calculează XA	1p
	$AX=XA \Leftrightarrow b=c=d=f=g=h=0 \text{ și } a, e, i \in \mathbb{R} \Rightarrow$ $X = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix} \text{ sau}$ $X = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, a, b, c \in \mathbb{R}$	1p
b	$X^4 = AX ; X^4=XA \Rightarrow AX = XA \Rightarrow$ $X = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, a, b, c \in \mathbb{R}$	1p
	$X^3 = \begin{pmatrix} a^3 & 0 & 0 \\ 0 & b^3 & 0 \\ 0 & 0 & c^3 \end{pmatrix}$	1p

	$X^3 = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^3 & 0 & 0 \\ 0 & b^3 & 0 \\ 0 & 0 & c^3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$ $a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$ $b^3 = 1 \Rightarrow b = 1$ $c^3 = -1 \Rightarrow c = -1$	2p
Subiectul 2		
a	$X(a) \cdot X(b) = (J_2 + aA)(J_2 + bA) = J_2 + (a + b)A$ $= X(a + b)$ $A^2 = O_2$	3p
b	$X(a) \cdot X(e) = X(a + e) = X(a) \Leftrightarrow a + e = a \Leftrightarrow e = 0$	2p
c	$X(2) \cdot X(3) \cdot X(4) \cdot X(5) = X(2 + 3 + 4 + 5) = X(14)$	2p
Subiectul 3		
a	$A^2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$	1p
	$aA + bJ_2 = \begin{pmatrix} 5a + b & 4a \\ -4a & -3a + b \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 2 \text{ și } b = -1$	2p
b	$A^4 = \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ -16 & -15 \end{pmatrix}$	2p

	$4A - 3J_2 = \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ -16 & -15 \end{pmatrix}$	2p
Subiectul 4		
a	$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$	2p
	$S=90$	1p
b	$A^2 = \begin{pmatrix} 128 & 256 & 384 \\ 160 & 320 & 480 \\ 192 & 384 & 576 \end{pmatrix}$	2p
	$32A = \begin{pmatrix} 128 & 256 & 384 \\ 160 & 320 & 480 \\ 192 & 384 & 576 \end{pmatrix}$	1p
	$A^2 = 32A$	1p